UNIVERSIDADE DE LISBOA - FCUL

FÍSICA DOS MEIOS CONTÍNUOS

Exame tipo

1. Um fluido ideal roda num campo gravítico g, com velocidade angular constante Ω. Em coordenadas Cartesianas, o campo de velocidades é dado por $\mathbf{u} = (-\Omega y, \Omega x, 0)$.

   a) Caracterize um fluido ideal e escreva a equação do movimento, identificando e justificando todos os termos.

   b) Por integração, ou de outra forma, deduza a equação de Bernouilli para um fluido com e sem vorticidade.

   c) Mostre que o resultado da equação de Bernoulli, $p/\rho + \frac{1}{2}u^2 + gz =$ constante, para a forma da superfície livre de um fluido ideal num balde em rotação, está errado.

   d) Como pode deduzir a forma correta da superfície referida na alínea anterior ?

   e) Um fluido ideal, incialmente em repouso, pode rodar num estado estacionário, tal como sugerido na alínea d) ? Justifique.

2. Considere um escoamento irrotacional, com velocidade uniforme U no infinito, através de um cilindro de raio a. Considere a direção da velocidade como o eixo dos xx e o eixo do cilindro (infinito) perpendicular à direção da corrente.

   a) Mostre que o potencial de escoamento satisfaz a equação de Laplace, $\nabla^2\phi = 0$.

   b) Mostre que a solução que satisfaz as condições de fronteira apropriadas (especifique) é dada por

   $$\phi = U\left(r + \frac{a^2}{r}\right)\cos\theta. \qquad (1)$$

   e calcule o campo de velocidades em coordenadas polares.

   c) Considere agora uma circulação Γ (no sentido direto) em torno do cilindro, e obtenha uma expressão para o potencial de escoamento e o(s) ponto(s) de estagnação. Compare com o caso em que a circulação é zero.

   d) Calcule a força que atua no cilindro na direção perpendicular à velocidade U, quando a circulação é Γ. Compare com o caso em que a circulação é zero.

   e) Compare os resultados das alíneas anteriores com os resultados para uma circulação no sentido inverso.

3. Um fluido de Bingham flui por acção da gravidade, entre duas placas paralelas (infinitas) separadas por uma distância $2b$. Suponha que o escoamento é laminar e estacionário. Considere um fluido com densidade ρ, viscosidade η, e tensão de cedência τ_0, num campo gravítico com aceleração g. O módulo da tensão aumenta linearmente com o módulo da taxa de deformação, i.e. a equação constitutiva é $|\tau| = \tau_0 + \eta|\frac{du}{dy}|$. Note que para tensões inferiores à tensão de cedência, o fluido comporta-se como um corpo rígido e flui com velocidade constante.

   a) Escreva a equação para o balanço de forças na região onde o escoamento é não newtoniano.

   b) Calcule a distância a, medida a partir do centro do canal, que delimita a zona de escoamento com velocidade constante.

   c) Escreva a equação para o balanço de forças na região $a \leq y \leq b$.

d) Obtenha o perfil de velocidades, usando a condição de fronteira para a velocidade em $y = b$, e a de continuidade para a tensão de corte em $y = a$.

e) Calcule e represente a tensão de corte, no domínio de escoamento $0 \leq y \leq b$, e determine a região onde a tensão é máxima.

4. a) Defina o número de Reynolds, Re, e explique o seu significado. Caracterize pelo menos três tipos de escoamentos observados na última semana (incluindo filmes e multi-media) e estime os números de Reynolds correspondentes.

   b) Mostre que a equação de Navier-Stokes pode ser simplificada nos limites em que Re $>> 1$ e Re $<< 1$ e identifique as equações do movimento correspondentes.

   c) Para os escoamentos identificados em a) indique qual a equação do movimento mais adequada para os descrever. Esboce o método de resolução para um deles e indique potenciais dificuldades e como poderão ser ultrapassadas.

   d) Em que consiste e quando deve ser usada a teoria da camada limite ? Comente brevemente a importância desta teoria no desenvolvimento da Dinâmica de Fluidos.

   e) Considere o escoamento laminar sobre uma placa numa corrente uniforme, com velocidade U. Quando o fluido entra em contacto com a superfície da placa desacelera na direcção de U, numa região de espessura δ. Usando a condição de não deslizamento e considerando $u_x = U$ no domínio exterior à camada limite, mostre que a conservação da massa para um fluido incompressível implica $u_y(x, y) > 0$.